

Adı Soyadı:
Numarası:

21.03.2019

2018-2019 BAHAR DÖNEMİ HALKA TEORİSİ QUIZ SORULARI

1) I ve J değişmeli bir R halkasının iki ideali olsun. Bu durumda $A = \{h \in R \mid \forall b \in J \text{ için } hb \in I\}$ kümesi R 'nin bir ideali midir?

Gözüm: $0_R \in R, \forall b \in J$ için $0_R \cdot b = 0_R \in I$ olup $A \neq \emptyset$
* $\forall h_1, h_2 \in A$ için $\forall b \in J \Rightarrow h_1 b, h_2 b \in I$ dir.
 $(h_1 - h_2)b = h_1 b - h_2 b \in I$ olup $h_1 - h_2 \in A$
** $\forall r \in R, \forall h \in A$ için $\forall b \in J, hb \in I$
 $(rh)b = r(hb) \in I$ olup $rh \in A$, R değişmeli old. den
 $hr \in A$ olup A, R 'nin idealidir.

2) R bir halka S, R 'nin alt halkası ve I, R 'nin ideali olsun. $B = \{s+a \mid s \in S, a \in I\}$ kümesi R 'nin alt halkası mıdır?

Gözüm: $S \neq \emptyset, I \neq \emptyset \Rightarrow B \neq \emptyset$
* $\forall s_1 + a_1, s_2 + a_2 \in B \Rightarrow s_1, s_2 \in S, a_1, a_2 \in I$
 $(s_1 + a_1) - (s_2 + a_2) = (s_1 - s_2) + (a_1 - a_2) \in B$
** $\forall s_1 + a_1 \in B$ ve $\forall s_2 + a_2 \in B$ için
 $(s_1 + a_1) \cdot (s_2 + a_2) = \underbrace{s_1 s_2}_{\in S} + \underbrace{s_1 a_2 + a_1 s_2 + a_1 a_2}_{\in I} \in B$ olup
 B, R 'nin alt halkasıdır.